PREUNIVERSITARIO PREUTECH.
CURSO: NIVELACIÓN MATEMÁTICA.
PROCESO ADMISIÓN 2021.
DEPTO. MATEMÁTICA.
AÑO ACADÉMICO 2020.

PREUNIVERSITARIO
preutech
ENSEÑAMOS A APRENDER

PRUEBA DE TRANSICIÓN DE MATEMÁTICA

APUNTES COMPLEMENTARIOS N° 1
NÚMEROS ENTEROS

PROFESOR: CARLOS AGUAYO G.

DEFINICIÓN CONJUNTOS DE NÚMEROS ENTEROS Z.

Con los **números naturales no** era posible realizar **diferencias donde el minuendo era menor que el que el sustraendo**, pero en la vida nos encontramos con operaciones de este tipo donde a un número menor hay que restarle uno mayor. Por ejemplo, la necesidad de representar **el dinero adeudado, temperatura bajo cero, profundidades con respecto al nivel del mar**, etc. Las anteriores situaciones nos obligan a ampliar el concepto de números naturales, introduciendo un nuevo **conjunto** numérico llamado **números enteros**. **El conjunto de los números enteros** está formado por:

$\mathbb{Z}$ **= {…−5, −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 …}**

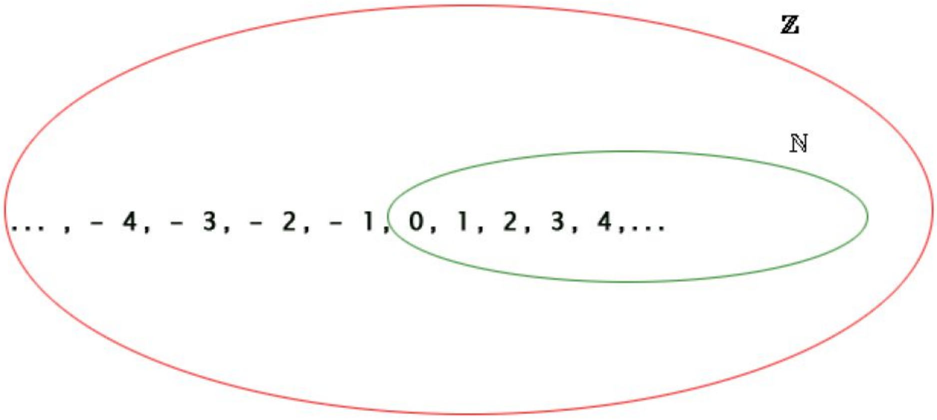
Es decir, **los naturales, sus opuestos (negativos) y el cero.** Se dividen en tres partes: **enteros positivos o números naturales, enteros negativos y cero.**

$$\boxed{\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+}$$

Dado que los enteros contienen los enteros positivos, se considera a **los números naturales son un subconjunto de los enteros**.

$$\boxed{\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}}$$

NOTA: (Los números Naturales son subconjunto de los Números Enteros, es decir, los IN están contenidos en los Z)



VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO ENTERO

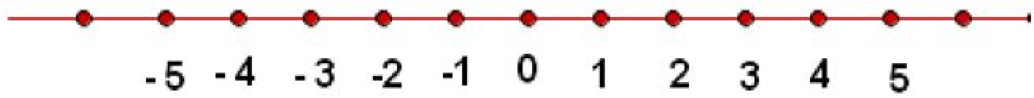
El **valor absoluto** de un **número entero** es el **número natural** que resulta al **suprimir su signo**. El **valor absoluto** lo escribiremos entre **barras verticales**.

Ejemplos : **$|-5| = 5$; $|5| = 5$**

REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

1. En una **recta horizontal**, se toma un **punto** cualquiera que **se señala** como **cero**.

2. A su **derecha** y a distancias iguales se van señalando los números **positivos**: **1, 2, 3,...** 3. A la **izquierda** del cero y a distancias iguales que las anteriores, se van señalando los números **negativos: − 1, −2, −3,...**



ORDEN EN LOS NÚMEROS ENTEROS.

Los números enteros están ordenados. De dos números representados gráficamente, es **mayor** al que él está situado más a la **derecha**, y **menor** el situado más a la **izquierda.**

CRITERIOS PARA ORDENAR LOS NÚMEROS ENTEROS.

1. **Todo número negativo es menor que cero.** $-7 < 0$

2. **Todo número positivo es mayor que cero.** $7 > 0$

3. **De dos enteros negativos es mayor el que tiene menor valor absoluto.**
$-7 > -10$; $|-7| < |-10|$

4. **De los enteros positivos, es mayor el que tiene mayor valor absoluto.**
$10 > 7$; $|10| > |7|$

SUMA DE NÚMEROS ENTEROS.

1. Si los sumandos son del mismo signo, se suman los valores absolutos y al resultado se le pone el signo común.

Ejemplo: a) $3 + 5 = 8$
b) $(-3) + (-5) = -8$

2. Si los sumandos son de distinto signo, se restan los valores absolutos (al mayor le restamos el menor) y al resultado se le pone el signo del número de mayor valor absoluto.

Ejemplo: a) $-3 + 5 = 2$
b) $3 + (-5) = -2$

PROPIEDADES DE LA SUMA DE NÚMEROS ENTEROS.

1. **Interna**:El resultado de sumar dos números enteros es otro número entero.

$\mathbf{a + b} \in \mathbb{Z}$ → **Ejemplo:** $\mathbf{3 + (-5) = -2}$

2. **Asociativa**: El modo de agrupar los sumandos no varía el resultado.

$\mathbf{(a + b) + c = a + (b + c)}$ → **Ejemplo:** $(2 + 3) + (-5) = 2 + [3 + (-5)]$

$$\mathbf{5 + (-5) = 2 + (-2)}$$

$$\mathbf{0 = 0}$$

3. **Conmutativa**: El orden de los sumandos no varía la suma.

$\mathbf{a + b = b + a}$ → **Ejemplo:** $2 + (-5) = (-5) + 2$
$-3 = -3$

4. **Elemento neutro**:
El **0** es el elemento neutro de la suma porque todo número sumado con él da el mismo número.

$\mathbf{a + 0 = a}$ → **Ejemplo:** $(-5) + 0 = -5$

5. **Elemento opuesto:**
Dos números son opuestos si al sumarlos obtenemos como resultado el cero.

$\mathbf{a + (-a) = 0}$ → **Ejemplo:** $5 + (-5) = 0$

NOTA: El opuesto del opuesto de un número es igual al mismo número.

→ **Ejemplo:** $-(-5) = 5$

RESTA DE NÚMEROS ENTEROS.

La resta de números enteros se obtiene sumando al minuendo el opuesto del sustraendo.

$a - b = a + (-b)$. → **Ejemplo:** $7 - 5 = 2$
$7 - (-5) = 7 + 5 = 12$

PROPIEDADES DE LA RESTA DE NÚMEROS ENTEROS.

1.**Interna**: La **resta dos números enteros** es otro **número entero**.

$a - b \in \mathbb{Z}$. → **Ejemplo:** $10 - (-5)$

2. **No es Conmutativa**: **$a - b \neq b - a$.** → **Ejemplo:** $5 - 2 \neq 2 - 5$
$\mathbf{3 \neq -3}$

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

La **multiplicación** de varios **números enteros** es otro **número entero**, que tiene como **valor absoluto el producto de los valores absolutos** y, como **signo**, el que se obtiene de la aplicación de la **regla de los signos**.

REGLA DE LOS SIGNOS
+ por + = +
− por − = +
+ por − = −
− por + = −

Ejemplos:

1. $2 \cdot 5 = 10$
2. $(-2) \cdot (-5) = 10$
3. $2 \cdot (-5) = -10$
4. $(-2) \cdot 5 = -10$

PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

1. **Interna**: El resultado de **multiplicar dos números enteros** es otro **número entero**.

$\mathbf{a \cdot b} \in \mathbb{Z} \rightarrow$ **Ejemplo:** $2 \cdot (-5) = -10 \in \mathbb{Z}$

$2 \cdot (-5)$ 2. **Asociativa:**

El modo de agrupar los factores no varía el resultado. Si a, b y c son **números enteros** cualesquiera, se cumple que:

$$\mathbf{(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).}$$

$\rightarrow$ **Ejemplo:** $(2 \cdot 3) \cdot (-5) = 2 \cdot [(3 \cdot (-5)]$

$6 \cdot (-5) = 2 \cdot (-15)$

$-30 = -30$

3. **Conmutativa:**

El orden de los factores no varía el producto.

$\mathbf{a \cdot b = b \cdot a}$ $\rightarrow$ **Ejemplo:** $2 \cdot (-5) = (-5) \cdot 2$
$-10 = -10$

4. **Elemento neutro**:

El **1** es el **elemento neutro** de la **multiplicación** porque todo número multiplicado por él da el mismo número.

$\mathbf{a \cdot 1 = a}$ $\rightarrow$ **Ejemplo:** $(-5) \cdot 1 = (-5)$

5. **Distributiva**:

El producto de un número por una suma es igual a la suma de los productos de dicho número por cada uno de los sumandos.

$$\mathbf{a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c}$$

$\rightarrow$ **Ejemplo:** $(-2) \cdot (3 + 5) = (-2) \cdot 3 + (-2) \cdot 5$
$(-2) \cdot 8 = -6 - 10$
$-16 = -16$

6. **Sacar factor común:**

Es el proceso inverso a la propiedad distributiva.
Si varios sumandos tienen un factor común, podemos transformar la suma en producto extrayendo dicho factor.

$$\mathbf{a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)}$$

→ **Ejemplo:** $(-2) \cdot 3 + (-2) \cdot 5 = (-2) \cdot (3 + 5)$

DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

La **división** de **dos números enteros** es otro **número entero**, que tiene como **valor absoluto el cociente de los valores absolutos** y, como **signo**, el que se obtiene de la aplicación de la **regla de los signos**.

REGLA DE LOS SIGNOS
+ entre + = +
− entre − = +
+ entre − = −
− entre + = −

Ejemplos:

1. $10 : 5 = 2$
2. $(-10) : (-5) = 2$
3. $10 : (-5) = -2$
4. $(-10) : 5 = -2$

PROPIEDADES DE LA DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS.

1. **No es una operación interna**:

El resultado de **dividir dos números enteros** no siempre es otro **número entero**.

→ **Ejemplo**: $(-2) : 6 \notin \mathbb{Z}$

2. **No es Conmutativo**: $\mathbf{a : b \neq b : a}$

→ **Ejemplo** $6 : (-2) \neq (-2) : 6$