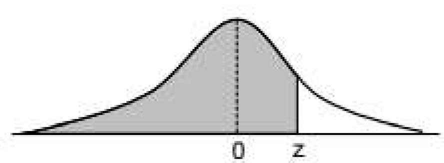
Resumen matemáticas

INSTRUCCIONES

1. Las figuras que aparecen en la prueba son solo indicativas.
2. Los gráficos que se presentan en esta prueba están dibujados en un sistema de ejes perpendiculares.
3. Los números complejos i y –i son las soluciones de la ecuación $x^2 + 1 = 0$.
4. Si z es un número complejo, entonces $\bar{z}$ es su conjugado y $|z|$ es su módulo.
5. $(f \circ g)(x) = f(g(x))$
6. En esta prueba, se considerará que $\vec{v}(a, b)$ es un vector que tiene su punto de inicio en el origen del plano cartesiano y su extremo en el punto (a, b), a menos que se indique lo contrario.
7. Se entenderá por dado común a aquel que posee 6 caras, donde al lanzarlo las caras obtenidas son equiprobables de salir.
8. En esta prueba, las dos opciones de una moneda son equiprobables de salir, a menos que se indique lo contrario.
9. En esta prueba, al aproximar una distribución binomial a una distribución normal no se considerará el factor de corrección por continuidad, a menos que se indique lo contrario.
10. En esta prueba, para una variable aleatoria continua Z, tal que $Z \sim N(0, 1)$ y donde la parte sombreada de la figura representa a $P(Z \leq z)$, se usará la siguiente tabla:

z	$P(Z \leq z)$
0,67	0,749
0,99	0,839
1,00	0,841
1,15	0,875
1,28	0,900
1,64	0,950
1,96	0,975
2,00	0,977
2,17	0,985
2,32	0,990
2,58	0,995



SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

$<$	es menor que
$>$	es mayor que
$\leq$	es menor o igual a
$\geq$	es mayor o igual a
$\llcorner$	ángulo recto
$\measuredangle$	ángulo
log	logaritmo en base 10
ϕ	conjunto vacío
ln	logaritmo en base e
$\cup$	unión de conjuntos
A^c	complemento del conjunto A
$\approx$	es aproximado a
$\cong$	es congruente con
$\sim$	es semejante con
$\perp$	es perpendicular a
$\neq$	es distinto de
//	es paralelo a
$\in$	pertenece a
$\overline{AB}$	trazo AB
$\lvert x \rvert$	valor absoluto de x
$x!$	factorial de x
$\cap$	intersección de conjuntos
$\vec{u}$	vector u

Números naturales (N): $1, 2, 3 \dots$

Números enteros (Z): $\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots$

Números enteros positivos ($\boldsymbol{Z^+}$): $1, 2, 3 \dots$

Números enteros negativos($\boldsymbol{Z^-}$): $\dots -3, -2, -1$

Números enteros no positivos($\boldsymbol{Z_0^-}$): $\dots -3, -2, -1, 0$

Números enteros no negativos($\boldsymbol{Z_0^+}$): $0, 1, 2, 3..$

El cero no es negativo ni positivo.

Valor absoluto: Representa la distancia que existe entre este número y el cero. Se simboliza $|n|$ $$|n| = \begin{cases} n, & si\ n \geq 0 \\ -n, & si\ n < 0 \end{cases}$$

Reglas de signos (también valido para la división):

$+ * + = +$
$- * - = +$
$+ * - = -$
$- * + = -$

El neutro aditivo es el cero: $a + 0 = a$
El inverso aditivo de $a\ es -a$: $a + (-a) = 0$
El neutro multiplicativo es el 1: $a * 1 = a$

$|a - b| = |b - a|$
$|a * b| = |a| * |b|$
$|a : b| = |a| : |b|$

Recta numérica: Ordena los números de menor a mayor de izquierda a derecha.
Si $a, b \in R$, se define la relación "mayor que" como $a > b$ si y solo si $a - b > 0$

Propiedades de orden: Sean $a, b, c \in R$ se tienen las siguientes propiedades:

Tricotomía: $Si\ a, b \in R, entonces: a > b$ ó $a < b$ ó $a = b.$
Transitiva: $Si\ a > b\ \ y\ \ b > c,$ entonces $a > c$
Aditiva: $Si\ a > b \leftrightarrow a + c > b + c.$

Multiplicativa: $Si\ c > 0 \ \wedge\ a < b \rightarrow a * c < b * c$
$Si\ c < 0 \ \wedge\ a < b \rightarrow a * c > b * c$

Sucesor y antecesor, pares e impares.
-$El\ sucesor\ de\ \boldsymbol{n}\ es\ \boldsymbol{n} + 1$
-$El\ antecesor\ de\ \boldsymbol{n}\ es\ \boldsymbol{n} - 1.$
-$El\ entero\ 2\boldsymbol{n}\ es\ siempre\ par.$
-$El\ entero\ 2\boldsymbol{n} - 1\ o\ 2\boldsymbol{n} + 1\ es\ siempre\ impar.$
-$Son\ pares\ consecutivos\ 2\boldsymbol{n}\ y\ 2\boldsymbol{n} + 2$
-$Son\ impares\ consecutivos\ 2\boldsymbol{n} + 1\ y\ 2\boldsymbol{n} + 3$
-$El\ cuadrado\ perfecto\ de\ \boldsymbol{n}\ es\ \boldsymbol{n^2}, con\ \boldsymbol{n} > 0$
-$El\ cero\ es\ un\ entero\ par$

Prioridades de las Operaciones:
1. Paréntesis desde dentro hacia afuera.
2. Potencias
3. Multiplicaciones o divisiones de izquierda a derecha
4. Adición o sustracción

Múltiplos y divisores: Sean $a, b, c \in Z$, $si\ c = a * b,\ entonces\ a\ y\ b\ son\ divisores\ de\ c\ y\ c\ es\ multiplo\ de\ a\ y\ b.$

- Todo número entero es múltiplo de sí mismo
- Todo número entero, distinto de cero, es divisor de sí mismo
- El número uno es divisor de todo número.
- En c: a, a es divisor de c si el resto de la división es cero.

Reglas de divisibilidad: Un número entero es divisible por:
- 2: Termina en cifra par
- 3: La suma de sus cifras es múltiplo de 3
- 5: Termina en 0 o 5
- Para 4, 6, 8 y 9 se combinan las anteriores según sea el caso.

Números primos: Son los enteros positivos que tiene solo dos divisores positivos distintos. Estos son el mismo número y el 1.

Números compuestos: Son los enteros positivos mayores que 1 que tienen más de dos divisores distintos.

Teorema fundamental de la aritmética: Todo número compuesto se puede expresar de manera única como producto de números primos (factorización prima). El 1 no es primo ni compuesto

Mínimo común múltiplo $(m.c.m.)$: El $m.c.m.$ de dos o más números naturales es el menor número natural, que es múltiplo común de todos ellos. Se obtiene como producto de todos los factores primos, en el caso de existir factores primos comunes se considera aquel que posea el exponente mayor.

Máximo común divisor $(M.C.D.)$: El $M.C.D.$ de dos o más números naturales es el mayor número natural, que es divisor común de todos ellos. Se obtiene como producto de los factores primos comunes considerando aquel que posea el exponente menor.

Números racionales $(\boldsymbol{Q})$: Son todos aquellos números de la forma $\frac{a}{b}$ con $\mathrm{a}, \mathrm{b} \in \mathrm{Z}$ y $\mathrm{b} \neq 0$

Fracción propia: $Sea\ a, b \in Z.$ Si $|\mathrm{a}| < |\mathrm{b}|$, entonces $\frac{a}{b}$ es fracción propia.

Fracción impropia: $Sea\ a, b \in Z.$ Si $|\mathrm{a}| > |\mathrm{b}|$, entonces $\frac{a}{b}$ es fraccion impropia.

Fracciones equivalentes: $Sea\ a, b, c, d \in Z\ y\ c, d \neq 0.$ $\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}} = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}$, si $\mathrm{a} * \mathrm{d} = \mathrm{b} * \mathrm{c}$, con $\mathrm{b}, \mathrm{d} \neq 0$

- **Amplificación de fracciones**: $\frac{a}{b} = \frac{a*n}{b*n}, con\ n \in Z\ y\ n \neq 0$

- **Simplificación de fracciones**: $\frac{a}{b} = \frac{a:n}{b:n},\ con\ n \in Z\ y\ n \neq 0$

Adición de fracciones de igual denominador: $\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{c}} \pm \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{c}} = \frac{\mathrm{a} \pm \mathrm{b}}{\mathrm{c}} \quad \mathrm{c} \neq 0$

Adición de fracciones de distinto denominador: $\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}} \pm \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}} = \frac{\mathrm{ad} + \mathrm{cb}}{\mathrm{bd}} \quad b, d \neq 0$

Convertir número mixto a fracción impropia: $\mathrm{A}\frac{\mathrm{b}}{\mathrm{c}} = \frac{\mathrm{b} + \mathrm{Ac}}{\mathrm{c}} \quad c \neq 0$

Multiplicación de fracciones: $\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}} * \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}} = \frac{\mathrm{a} * \mathrm{c}}{\mathrm{b} * \mathrm{d}}$

División de fracciones: $\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}} : \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}} = \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}} * \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{c}} = \frac{\mathrm{a} * \mathrm{d}}{\mathrm{b} * \mathrm{c}}$.

Inverso multiplicativo (reciproco): $\frac{a}{b} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$

Relaciones de orden entre racionales: Se pueden transformar a decimal, igualar denominador o igualar numerador.
- Entre dos números racionales hay infinitos números racionales.

Convertir decimales finitos a fracciones: Se escribe en el numerador todas las cifras del número decimal y en el denominador una potencia de 10 con tantos ceros como cifras decimales tenga dicho número. Ejemplo: $1{,}25 = \frac{125}{100}$.

Convertir decimales infinitos periódicos a fracciones: Se escribe en el numerador la diferencia entre el número decimal completo (sin considerar la coma) y el número formado por todas las cifras que anteceden al período. En el denominador se colocan tantos nueves como cifras tenga el período. Ejemplo: $1,\overline{25} = \frac{125-1}{99} = \frac{124}{99}$

Convertir decimales infinitos semiperiodicos a fracciones: Se escribe en el numerador la diferencia entre el número completo (sin considerar la coma) y el número formado por todas las cifras que anteceden al período. En el denominador se escriben tantos nueves como cifras tenga el período, seguido de tantos ceros como cifras decimales tenga el ante período. Ej.: $1{,}2\overline{5} = \frac{125-12}{90} = \frac{113}{90}$.

Aproximaciones: Es una representación no exacta y más sencilla de un número.

Redondeo: Se suma 1 a la última cifra que se conserva o no, siguiendo la regla de mayor o igual a 5

Truncamiento: Se consideran 0 las cifras a la derecha de la última cifra que se conserva

Aproximar por exceso: Se suma 1 a la última cifra que se conserva

Aproximar por defecto: Se consideran 0 las cifras a la derecha de la última cifra que se conserva.

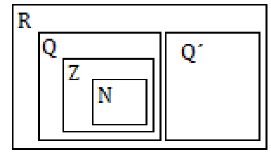
Errores: Valor absoluto de la diferencia entre el número original y el número aproximado.

Notación científica: Es de la forma $k * 10^n, donde\ 1 \leq |k| \leq 10\ y\ n \in Z.$

Notación abreviada: Es de la forma $p * 10^n, donde\ |p|\ es\ el\ menor\ entero\ y\ n \in Z.$

Números irracionales (Q'): Números de desarrollo decimal infinito no periódico. No se pueden escribir como fracción. Ej: π, √2.

Números reales: Unión de los conjuntos Q y Q´. El resultado de operaciones entre los conjuntos:

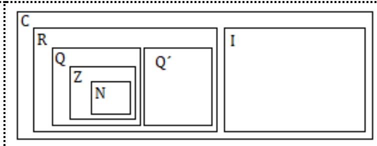


- Q y $Q = Q$ (*Excepto la división por 0*).
- Q' y Q' *no siempre pertenece a* Q'
- Q y $Q' = Q'$ (*exceptuando la multiplicacion y division por cero*)

Números imaginarios: Para dar solución a la ecuación $x^2 = -1$, introducimos un número llamado unidad imaginaria, que denotamos con i y cuyo cuadrado es -1. Un número imaginario es de la forma $k * \sqrt[n]{a}$ *con n par*, $a < 0$ *y* $k \in R$.

- *Sea* $a > 0$ *y n par* $\sqrt[n]{-a} = \sqrt[n]{a * (-1)} = \sqrt[n]{a} * \sqrt[n]{(-1)} = \sqrt[n]{a} * i$
- Cada cuatro potencias consecutivas de i se repite el resultado: $i^{4n+1} = i,\ i^{4n+2} = -1,\ i^{4n+3} = -i,\ i^{4n} = 1$
- La suma de cuatro potencias consecutivas de i es 0.
- La multiplicación de cuatro potencias consecutivas de i es -1.

Números complejos: Canónicamente (algebraica o binomial) son de la forma $\boldsymbol{z = a + bi}$, .
- Su parte real es $\boldsymbol{Re(z) = a}$, y su parte imaginaria es $\boldsymbol{Im(z) = b}$.
- *Si* $b = 0$ *es un complejo real puro y si* $a = 0$ *es un complejo imaginario puro*.
- En C no existe relación de orden.



Operatoria de complejos: Sean $z_1 = a + bi$ *y* $z_2 = c + di$ *y* $z_1, z_2 \neq 0$, *entonces*:

Igualdad: $z_1 = z_2$ *si* $a = c$ *y* $b = d$

Modulo: $|z_1| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Conjugado: $\overline{z_1} = a - b$

Suma o resta: $z_1 \pm z_2 = (a \pm c) + (b \pm d)i$.

Producto: $z_1 * z_2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$.

Reciproco: $z_1^{-1} = \frac{1}{z_1} = \frac{a}{a^2+b^2} - \frac{b}{a^2+b^2}i.$

Division: $\frac{z_1}{z_2} = \frac{ac+bd}{a^2+b^2} + \frac{bc-ad}{a^2+b^2}i.$

Plano complejo (Argand): El eje horizontal representa los numero reales y el eje vertical los números imaginarios. Un número complejo se puede escribir como par ordenado, el primer número corresponde a la parte real y el segundo a la parte compleja.

Razón: Comparación entre dos cantidades mediante división.
Se escribe a:b o $\frac{a}{b}$ y se lee "$\boldsymbol{a}$ *es a* $\boldsymbol{b}$", donde a es el **antecedente** y b el **consecuente**.

Proporción: Igualdad entre razones.: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftrightarrow a * d = b * c.$ Donde a y d son los extremos y b junto a c son los medios.

Serie de razones: Es una igualdad de dos o más razones. Ej.: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k.$

Proporción directa: Dos variables x *e* y son directamente proporcionales cuando el cociente entre sus valores correspondientes se mantiene constante, es decir: $\frac{x}{y} = k$. Su grafica es el de una función afín.

Proporción inversa: Dos variables x e y son inversamente proporcionales cuando el producto de sus valores se mantiene constante, es decir: $x * y = k$. Su grafica es una hipérbola.

Porcentajes: Es un caso particular de proporción directa en que uno de los términos de la proporción es 100.
$\frac{q}{c} = \frac{p}{100} \rightarrow q = \frac{p}{100} * c$ (*q es el p% de c*).

- $5\% = \frac{1}{20},\ 10\% = \frac{1}{10},\ 20\% = \frac{1}{5},\ 25\% = \frac{1}{4},\ 33,\overline{3}\% = \frac{1}{3},\ 50\% = \frac{1}{2},\ 66,\overline{6}\% = \frac{2}{3},\ 75\% = \frac{3}{4}\ 100\% = 1,\ 200\% = 2$

Expresión algebraica: Una expresión algebraica es una combinación de números reales con letras que representan números reales, unidos por las operaciones básicas de la aritmética.

Término algebraico: Cada parte de una expresión algebraica separada por la adición $(+)$ o la sustracción $(-)$. Cada **término algebraico** tiene una parte numérica (coeficiente numérico) y la parte literal (la letra o el grupo de letras que lo forman).

Evaluación de expresiones algebraicas: Evaluar una expresión algebraica consiste en **sustituir** las letras por los **valores** numéricos dados para luego realizar las operaciones indicadas. Esta sustitución va **siempre** entre paréntesis.

Términos semejantes: Son aquellos que tienen **idéntico factor literal**, es decir, tienen las mismas letras y los mismos exponentes, sólo pueden diferir en el coeficiente numérico.

Reducción de términos semejantes: Consiste en sumar o restar los coeficientes numéricos de los términos semejantes y mantener el factor literal

Paréntesis: Si un signo $+$ antecede a un paréntesis, al abrir el paréntesis se mantiene el signo de cada termino al interior de él.
Si el singo que antecede es $-$ entonces al abrir el paréntesis el signo de cada termino al interior de él cambia.

Propiedad asociativa: $a * (b * c) = (a * b) * c$

Propiedad distributiva: $a * (b + c) = a * b + a * c$

Polinomio por polinomio: $(a + b) * (c + d) = a * c + a * d + b * c + b * d$

Productos notables:

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2 b + 3ab^2 \pm b^3$

Factorización:

$ab \pm ac = a(b \pm c)$

$(a + b)c + (a + b)d = (a + b)(c + d)$

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

$\mathrm{a}^3 + \mathrm{b}^3 = (\mathrm{a} + \mathrm{b})(\mathrm{a}^2 - \mathrm{ab} + \mathrm{b}^2)$

$x^2 + bx + c = (x + p)(x + q),\ \ con\ b = p + q\ y\ c = pq$

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$ax^2 + bx + c = \frac{(ax+p)(ax+q)}{a}, con\ b = p + q\ y\ ac = pq$

$(a - b)^2 = (b - a)^2$

$(-a - b)^2 = (a + b)^2$

Fracciones algebraicas: Funcionan de forma similar a las fracciones simples.

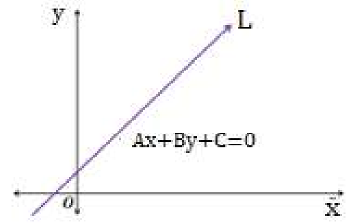
Ecuaciones de primer grado: Sean $a, b \in R, y\ x\ incognita$. Son de la forma $ax + b = 0$, con solución $x = -\frac{b}{a}$. Hay tres casos:

- Caso 1: Si $a \neq 0$, la ecuación tiene solución única.
- Caso 2: Si $a = 0\ y\ b = 0$, la ecuación tiene infinitas soluciones.
- Caso 3: Si $a = 0\ y\ b \neq 0$, la ecuación no tiene solución.

Ecuaciones de primer grado con valor absoluto: Son de la forma $|ax + b| = c$

- Si $\mathrm{c} \geq 0$, se resuelve por definición de valor absoluto, es decir: $ax + b = c \ \wedge \ ax + b = -c$
- Si $\mathrm{c} < 0$, la ecuación no tiene solución.
- $\sqrt{x^2} = |x|$

Ecuación de la recta: Sean los puntos $A(x_1,y_2)$ y $B(x_2,y_2)$:



- **Distancia entre dos puntos:** $d_{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Coordenadas del punto medio:** $x_m = \frac{x_1+x_2}{2}$, $y = \frac{y_1+y_2}{2}$
- **Pendiente de recta**: $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

Relación entre el ángulo de inclinación respecto a la horizontal y la pendiente de una recta:

$Si \measuredangle = 0°$ la recta es paralela al eje x

$Si\ 0° < \measuredangle < 90°$ la recta tiene pendiente positiva

Si $Si\ 90° < \measuredangle < 180°$ la recta tienen pendiente negativa

$Si \measuredangle = 90°$ la recta es paralela al eje y

Ecuación general de la recta: $\boldsymbol{Ax + By + C = 0}$, $\quad con\ A, B, C \in R,\ y\, si\ A = 0 \rightarrow B \neq 0\ o\ si\ B = 0 \rightarrow A \neq 0.$

Ecuación principal de la recta: $\boldsymbol{y = mx + n}$, $\quad con\, m, n \in R,\ ademas\ \boldsymbol{m}\, es\ la\ pendiente\ y\ \boldsymbol{n}\, el\ coeficiente\ de\, posicion.$

Ecuación de la recta que pasa por un punto $\mathrm{A}(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1})$ $\boldsymbol{y\ tiene\ pendiente\ m}$: $(\boldsymbol{y - y_1}) = \boldsymbol{m}(\boldsymbol{x - x_1})$.

Ecuación de la recta que pasa por dos puntos $(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{y_1})$ $\boldsymbol{y}$ $(\boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{y_2})$: $\boldsymbol{\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}}$

Rectas paralelas: Dos rectas son paralelas si sus pendientes son iguales o ambas tienen pendientes que se indeterminan.

Rectas perpendiculares: Dos rectas son perpendiculares si el producto de sus pendientes es -1 o cuando en una de las rectas la pendiente es cero y en la otra la pendiente se indetermina.

Sistemas de ecuaciones: Dos ecuaciones de primer grado, las cuales tienen las mismas dos incógnitas constituyen un sistema de ecuaciones lineales, el cual se representa gráficamente como dos rectas. La solución es todo par ordenado (x, y) que satisfaga simultáneamente ambas ecuaciones. El par ordenado (x, y) es el punto de intersección de las rectas que están representadas en el sistema. Pueden ser más de dos ecuaciones. Hay tres métodos para resolver sistemas de ecuaciones:

Método de Reducción: Se deben igualar los coeficientes de una de las incógnitas, en ambas ecuaciones, multiplicando ambos miembros convenientemente, luego se suman o restan ambas ecuaciones, resultando así una ecuación con una incógnita.

Método de Sustitución: Se debe despejar una de las variables en una de las ecuaciones y luego reemplazarla en la otra ecuación, generándose así una ecuación con una incógnita.

Método de Igualación: Se debe despejar la misma variable en ambas ecuaciones y luego éstos resultados se igualan, generándose así una ecuación con una incógnita

Análisis de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas: Dado el sistema $L_1 = a_1x + b_1y = c_1$

$L_2 = a_2x + b_2y = c_2$

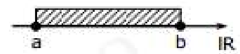
- Tiene solución única si sus pendientes son distintas $\frac{a_1}{b_1} \neq \frac{a_2}{b_2}$ (las rectas se cortan en un punto).
- Tiene infinitas soluciones si son ecuaciones equivalentes $a_1 = a_2,\ b_1 = b_2\ y\ c_1 = c_2$ (Las rectas coinciden).
- No tiene solución si tienen igual pendiente y distinto intercepto $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$ y $c_1 = c_2$ (Las rectas son paralelas y no se tocan)

Inecuaciones de primer grado: Una relación entre números o letras en que se usan los signos $<$, $>$, $\geq$ o $\leq$ se llama desigualdad. Cuando una desigualdad presenta una incógnita se denomina inecuación, sus propiedades son:

- Si a los dos miembros de una desigualdad se le suma un mismo número, el sentido de la desigualdad no cambia, es decir: Si $A < B$, entonces $A + C < B + C$
- Si los dos miembros de una desigualdad se multiplican por un mismo número negativo, el sentido de la desigualdad cambia. Es decir: Si $A < B$ y $C < 0$, entonces $A * C > B * C$
- Si de los miembros de una desigualdad, ambos positivos o ambos negativos, se consideran sus recíprocos la desigualdad cambia. Es decir: Si $A < B < 0$ o $0 < A < B$, entonces $1/A > 1/B$.

Intervalos en R:

Intervalo cerrado: desde a hasta b, incluyendo los extremos,
$[a\,,b] \;=\; \{x \in lR \;/\; a \leq x \leq b\}$



Intervalo abierto: entre a y b, no incluye los extremos.
$]a\,,b[\;=\; \{x \in lR \;\;/\;\; a \;<\; x \;<\; b\}$

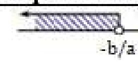
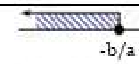
Intervalo Semiabierto o semicerrado: Incluye solo un extremo.
$]a\,,b] \;=\; \{x \in lR \;/\; a \;<\; x \leq b\}$

$[a\,,b[\;=\; \{x \in lR \;/\; a \leq x \;<\; b\}$

Inecuaciones de primer grado con una incógnita: Son desigualdades que se pueden llevar a una de las siguientes formas ($a \neq 0$):

$ax \;+\; b \geq 0$ $\qquad ax \;+\; b \leq \; 0$ $\qquad ax \;+\; b \;>\; 0$ $\qquad ax \;+\; b \;<\; 0$

y se cumplen para un conjunto de valores de la incógnita x llamado conjunto solución de la inecuación. Este conjunto se puede representar con la notación de conjunto, intervalo o gráfica. Al despejar la incógnita se llega a:

Inecuación	Conjunto Solución	Representación
$x < -b/a$	$S =]-\infty, -b/a[$	
$x \leq -b/a$	$S =]-\infty, -b/a]$	
$x > -b/a$	$S =]-b/a, \infty[$	
$x \geq -b/a$	$S = [-b/a, \infty[$	

Sistema de inecuaciones lineales con una incógnita: La solución corresponde a la intersección de todos los conjuntos solución.

Inecuaciones con valor absoluto:

- $|x| \;\leq a,\;\; si\ y\ solo\ si\;\; x \;\leq\; a\;\; y\;\; x \;\geq\; -a,\;\; es\ decir,\;\; -a \;\leq\; x \;\leq\; a$

- $|x| \;\geq a,\;\; si\ y\ solo\ si\;\; x \;\leq -a\;\;$ ó $\;\; x \;\geq\; a$

- *Si* $x^2 \leq a^2$, *con* $a \geq 0$, *entonces* $|x| \leq a$.

- *Si* $x^2 \geq a^2$, *con* $a \geq 0$, *entonces* $|x| \geq a$

Diagrama de signos: Se usan en inecuaciones cuadráticas y racionales. Para ello, se debe separar el dominio en intervalos determinándolos con los puntos críticos, que son los valores donde la expresión se vuelve cero y/o se indefine. Luego se evalúan las expresiones con un valor de prueba perteneciente a ese intervalo que determinará el signo de la expresión en el intervalo.

Funciones: Sean A y B conjuntos no vacíos. Una función de A en B es una relación que asigna a cada elemento x del conjunto A uno y sólo un elemento y del conjunto B. Se expresa como: $f: A \rightarrow B$ o $y = f(x)$

- $y\ es\ la\ imagen\ de\ x\ mediante\ f, y\ x\ es\ la\ preimagen\ de\ y$

Dominio: Es el conjunto de todos los valores para los cuales está definida la función, Se denota $Dom\ f$ (pre-imágenes).

Codominio: Es el conjunto al cual pertenecen los valores posibles de $f(x)$. Se denota $Codom\ f$. (conjunto de llegada)

Recorrido: Es el conjunto de todos los valores que toma la variable dependiente (y). Se denota $Rec\ f$. (conjunto de las imágenes)

Variables: La variable x se denomina variable independiente y la variable y variable dependiente.

Función Continua: Geométricamente es aquella que no presenta cortes en su gráfica. En caso contrario, se llama discontinua

Función Creciente: Es aquella que, al aumentar la variable independiente, también aumenta la variable dependiente

Función Decreciente: Es aquella que, al aumentar la variable independiente, la variable dependiente disminuye

Función afín: $f(x) = mx + n$, con $m, n \in R$ y $m, n \neq 0$.

Función lineal: Es la función definida por $f(x) = mx$, $m \in R$ y $m \neq 0$.

- Para todo $a, b \in Dom\ f$ se cumple: $f(a + b) = f(a) + f(b)$.

- Para todo $a \in Dom\ f$ y $\alpha \in R$ se cumple que $f(k \cdot a) = k * f(a)$.

Traslación de funciones: Sea la función $y = f(x)$

Vertical: $f(x) + k$ corresponde a la función f trasladada k unidades en el eje y. Si $k > 0$ la función se desplaza hacia arriba (sentido positivo del eje y) y si $k < 0$ la función se desplaza hacia abajo (en el sentido negativo del eje y).

Horizontal: $f(x - h)$ corresponde a la función f trasladada h unidades en el eje x. Si $h > 0$ se desplaza en el sentido negativo del eje x (a la izquierda), por el contrario, si $h < 0$ se traslada en el sentido positivo del eje x (a la derecha).

Simetría respecto al eje y: La función $y = f(-x)$ es simetría a la función $y = f(x)$ respecto al eje y

Simetría respecto al eje x: La función $y = -f(x)$ es simétrica a la función $y = f(x)$ respecto al eje x

Función par: Una función es par si $f(x) = f(-x)$. Es simétrica al eje y.

Función impar: Una función es impar si $f(x) = -f(-x)$. Es simétrica respecto al origen.

Función inyectiva (o uno a uno): f es una función inyectiva si y solo si, cada elemento del recorrido de f tiene solo una preimagen en el domino de f, es decir: si $a \neq b \rightarrow f(a) \neq f(b)$

Función sobreyectiva (o epiyectiva): f es una función sobreyectiva si y solo si el codominio es igual al recorrido.

Funcion biyectiva: f es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva al mismo tiempo.

Funcion inversa (f^{-1}): Si $f: A \rightarrow B$ es biyectiva, entonces existe un función $f^{-1}: B \rightarrow A$, denominada función inversa de f, la cual es simetrica a f respecto al origen (recta $x = y$).

Composición de funciones: Dadas las funciones $g: A \rightarrow B$ y $f: B \rightarrow C$, se define la función compuesta de f y g denotada por

$$(f\ o\ g): A \rightarrow C, \text{ como: } (f\ o\ g)(x) = f(g(x)).$$

- Su dominio es el conjunto de todos los x pertenecientes a $dom\ g$ tal que $g(x)$ pertenece a $dom\ f$

- Es asociativa: $h\ o\ (g\ o\ f) = (h\ o\ g)\ o\ f$

- No es conmutativa: $(f\ o\ g) \neq (g\ o\ f)$

- Si g y f son biyectivas, entonces $(f\ o\ g)$ tiene inversa: $(f\ o\ g)^{-1} = (g^{-1}\ o\ f^{-1})$.

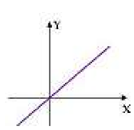
- Si f es biyectiva, entonces: $f\ o\ f^{-1} = f^{-1}\ o\ f$

Función parte entera: $f(x) = [x]$, $con\ x \in R$, asigna el mayor entero que es menor o igual a x.

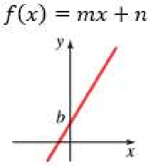
Función valor absoluto: $f(x) = |x| = \begin{cases} x\ si\ x \geq 0 \\ -x\ si\ x < 0 \end{cases}$, $con\ x \in R$.

Graficas de funciones:

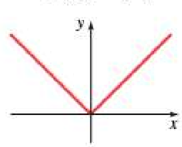
$f(x) = mx$



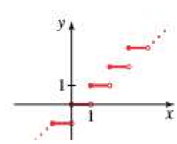
$f(x) = mx + n$



$f(x) = |x|$



$f(x) = [x]$



Propiedades de potencias: Sean $a, b \in R - \{0\}$, y $m, n \in Z$. Entonces:

$a^m * a^n = a^{m+n}$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$a^m * b^m = (a * b)^m$

$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

$(a^m)^n = a^{m*n}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$a^0 = 1$

$0^n = 0 \quad con\ n \neq 0$

$0^0 = no\ está\ definido$

Funcion exponencial: Es la función $f: R \to R^+$, $definida\ por\ f(x) = a^x$, $con\ a \in R^+\ y\ a \neq 1$. Sus propiedades son.

- El dominio son los reales. $D_f = R$
- El recorrido son los reales positivos. $R_f = R^+$
- Es biyectiva
- Su grafica intercepta al eje de las ordenadas (y) en el punto (0, 1)
- Si $a > 1$ $f(x) = a^x$ es creciente
- Si $0 < a < 1$ $f(x) = a^x$ es decreciente
- La grafica no intercepta al eje de las abscisas

Raíces

$\sqrt[n]{a} = b \leftrightarrow b^n = a,\ \ con\ a,b \geq 0,\ \ n \in Z^+\ y\ n\ par.$

$\sqrt[n]{a} \notin R\ \ si\ \ a < 0,\ \ n \in Z^+\ y\ n\ par$

$\sqrt[n]{a} = b \leftrightarrow b^n = a,\ \ con\ a,b \in R,\ \ n \in Z^+\ y\ n\ impar.$

$\sqrt[n]{a^k} = a^{(k/n)},\ \ con\ a \geq 0.$ $\sqrt{a^2} = |a|.$

Propiedades de raíces

$\sqrt[n]{a} * \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a * b},\ \ con\ \sqrt[n]{a}, \sqrt[n]{b} \in R.$

$\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}},\ \ con\ \sqrt[n]{a}, \sqrt[n]{b} \in R\ \ y\ \ b \neq 0.$

$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n*m]{a},\ \ con\ a \in R^+\ \ y\ \ m,n \in Z^+$

$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m,\ \ con\ a \in R^+\ \ y\ \ m,n \in Z^+$

$b * \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b^n * a},\ \ a,b \in R^+\ \ y\ \ n \in Z^+$

$\sqrt[n]{a} = \sqrt[m*n]{a^m},\ \ a \in R^+\ \ y\ \ m,n \in Z^+$

$\sqrt[n]{a} * \sqrt[m]{b} = \sqrt[n*m]{a^m} * \sqrt[n*m]{b^n} = \sqrt[n*m]{a^m * b^n},\ \ a,b \in R^+\ \ y\ \ m,n \in Z^+.$

Racionalización: Consiste en quitar las raíces del denominador

$\dfrac{a}{\sqrt{c}} = \dfrac{a}{\sqrt{c}} * \dfrac{\sqrt{c}}{\sqrt{c}} = \dfrac{a * \sqrt{c}}{c}$ $\dfrac{a}{\sqrt[n]{b^m}} = \dfrac{a}{\sqrt[n]{b^m}} * \dfrac{\sqrt[n]{b^{n-m}}}{\sqrt[n]{b^{n-m}}} = \dfrac{a * \sqrt[n]{b^{n-m}}}{b}$ $\dfrac{a}{\sqrt{b} \pm \sqrt{c}} = \dfrac{a}{\sqrt{b} \pm \sqrt{c}} * \dfrac{\sqrt{b} \mp \sqrt{c}}{\sqrt{b} \mp \sqrt{c}} = \dfrac{a * (\sqrt{b} \mp \sqrt{c})}{b^2 - c^2}$

Funcion raíz: La función $f: R_0^+ \to R_0^+$ definida por $f(x) = \sqrt{x}$, se denomina función raíz.
- Es creciente
- Es biyectiva
- Se considera como un modelo de crecimiento lento

Logaritmos: El logaritmo de un número real positivo b en base a, positiva y distinta de 1, es el número m a que se debe elevar la base para obtener dicho número

- $log_a\ b = m$, *se lee "el logaritmo de b en base a es m"*
- $log_{10}\ (a) = log(a)$
- $log_a\ a^m = m$
- $log_a\ a = 1$
- *Es la operación inversa de la exponenciación*
- $a^{log_a(x)} = x$
- $log_a\ 1 = 0$
- *Logaritmo natural (base* $e = 2{,}718$*):* $log_e\ (a) = ln(a)$

Propiedades de logaritmos:

$log_a\ (b * c) = log_a\ b + log_a\ c,\ \ con\ a,b,c \in R\ y\ a \neq 0$

$log_a\ \left(\dfrac{b}{c}\right) = log_a\ b - log_a\ c,\ \ \ \ con\ a,b,c \in R\ y\ a \neq 0$

$log_a\ b^n = n * log_a\ b$

$log_{c^n}\ a^n = log_c\ a,\ \ n \neq 0$

$log_a\ b = \dfrac{log_c\ a}{log_c\ b}$

$log_a\ \sqrt[n]{b} = \dfrac{1}{n} * log_a\ b,\ \ con\ n > 0$

$log_a\ x = log_a\ y, \to\ x = y$

Funcion logarítmica: Es la función $f: R^+ \to R$, definida por $f(x) = log_a\ x$, con $a \in R^+, a \neq 1$

- El dominio son los reales positivos R^+
- El recorrido son todos los reales R
- La grafica intercepta al eje x (abscisas) en el punto (1, 0)
- *Si* $a > 1$, *entonces* $f(x) = log_a\ x$ *es creciente .*
- *Si* $0 < a < 1$, *entonces* $f(x) = log_a\ x$ *es decreciente.*
- La curva no intercepta al eje y
- Es biyectiva
- Es inversa de la exponencial

Ecuación cuadrática: Es de la forma $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$, con $\boldsymbol{a, b}$ y $\boldsymbol{c}$ coeficientes reales y $\boldsymbol{a \neq 0}$.

- La fórmula general de las soluciones es: $\mathrm{x} = \frac{-\mathrm{b} \pm \sqrt{\mathrm{b}^2 - 4\mathrm{ac}}}{2\mathrm{a}}$

- Si x_1 y x_2 son soluciones, entonces la ecuación se puede escribir como: $(x - x_1) * (x - x_2) = 0$

- Si x_1 y x_2 son soluciones, entonces se cumple: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad y \quad x_1 * x_2 = \frac{c}{a}$

Funcion cuadrática: Es de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c, con\ a, b, c \in R\ y\ a \neq 0$. Su grafica es una parábola y tiene eje se simetría.

Concavidad: Es la dirección en que se abren sus ramas. Si $a > 0$ abre hacia arriba y si $a < 0$ abre hacia abajo.

Intercepción con el eje y: La parábola intercepta al eje y en $f(0) = c$ es decir en $(0. c)$

Ceros de la función (Soluciones): Son los valores $x_! \ y\ x_2$ para los cuales $f(x) = 0$. Se calculan con la formula o factorizando.

Discriminante: Es la expresión $b^2 - 4ac$
- $b^2 - 4ac > 0$: La parábola intercepta al eje x en dos punto, es decir, tiene dos soluciones reales y distintas.
- $b^2 - 4ac > 0$: La parábola intercepta al eje x en un solo punto, es decir, tiene una sola solución real (o dos iguales).
- $b^2 - 4ac > 0$: La parábola no intercepta al eje x, por lo tanto no tiene soluciones reales (son complejas).

Eje de simetría: Es una recta vertical que divide simétricamente a la curva. Se puede calcular de dos formas:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad\qquad x = \frac{-b}{2a}$$

Vértice de la parábola: Es el punto de intersección de la parábola con su eje de simetría:

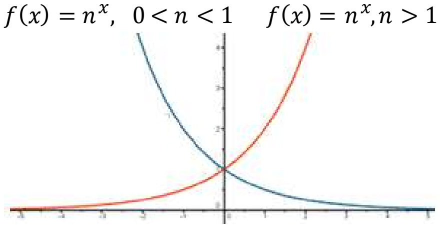
$$V = \left(-\frac{b}{2a},\ f(-\frac{b}{2a}\right) = \left(-\frac{b}{2a},\ \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

Anchura de la gráfica: Si $|a| < 1$ la parábola se contrae (se hace más angosta) y si $|a| > 1$ la parábola se expande (más ancha).

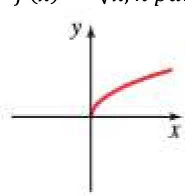
Funcion potencia: es de la forma $f(x) = ax^n, con\ a \in R, a \neq 0, n \in N, n > 1$. Está definida en los reales. La gráfica y el recorrido de la función potencia dependen del valor de n y también del valor de a

- Su dominio son los reales
- A medida que n crece, la gráfica se hace más plana en $]-1,1[$
- El punto $(1, \mathrm{a})$ pertenece a la gráfica
- *El punto* $(0, 0)$ *pertenece a la gráfica*
- A medida que $|\mathrm{a}|$ aumenta, la gráfica se acerca al eje y
- A medida que $|\mathbf{a}|$ disminuye la gráfica se acerca al eje x
- A medida que n crece la gráfica se va contrayendo hacia el eje y
- Si n es par: $\mathrm{R_f} = \mathrm{R}_0^+$ y su grafica es simétrica respecto al eje y
- Si n es impar: $\mathrm{R_f} = \mathrm{R}$ y su grafica es simétrica respecto del origen

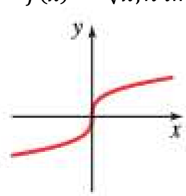
$f(x) = n^x, \ 0 < n < 1 \qquad f(x) = n^x, n > 1$



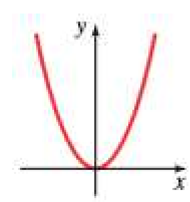
$f(x) = \sqrt[n]{x}, n\ par$



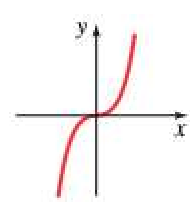
$f(x) = \sqrt[n]{x}, n\ impar$

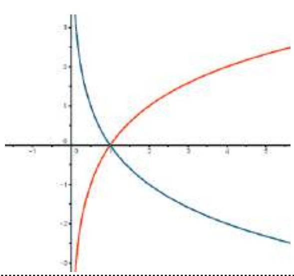


$f(x) = x^n, n\ par$



$f(x) = x^n, n\ impar$

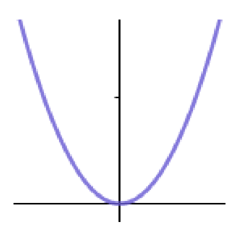




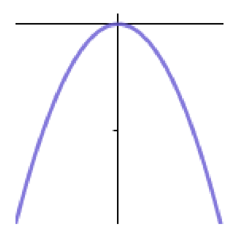
$f(x) = log_a\, x, \ a > 1$

$f(x) = log_a\, x, \ 0 < a < 1$

$f(x) = x^2$



$f(x) = -x^2$



Población: Conjunto de elementos

Muestra: Subconjunto de la población

Variable Cualitativa: Refieren a un atributo no numérico

- Nominal: No tienen criterio de orden

- Ordinal: Tienen criterio de orden

Variable cuantitativa: Posee un valor numérico

- Discreta: Toma solo valores enteros

- Continua: Puede tomar valores decimales

Frecuencia o frecuencia absoluta: N° de veces que se repite un dato

Frecuencia acumulada: Suma de las frecuencias hasta el valor considerado

Frecuencia relativa: Cociente entre la frecuencia de un valor y el total de datos

Frecuencia relativa acumulada: Suma de frecuencias relativas hasta el valor considerado

Marca de clase: Promedio de los extremos de un intervalo

Media aritmética: Cociente entre todos los datos y el total de datos $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$

Media para tabla frecuencias: Cociente entre cada dato por su frecuencia y el total de frecuencias $\bar{x} = \frac{x_1 * f_1 + x_2 * f_2 + \cdots + x_n * f_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n}$

Media para datos en intervalos: Cociente entre cada marca de clase por su frecuencia y el total de frecuencias $\bar{x} = \frac{c_1 * f_1 + c_2 * f_2 + \cdots + c_n * f_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n}$

Moda: Dato que más se repite en una muestra. Hay muestras amodales, unimodales, bimodales y polimodales

Modas para datos en intervalos: Intervalo que posee la mayor frecuencia o intervalo modal.
$M_0 = Limite\ inferior\ del\ intervalo\ modal$
$D_A = Diferentecia\ entre\ la\ frecuencia\ del\ intervalo\ modal\ y\ la\ frecunecia\ del\ intervalo\ anterior.$
$D_B = Diferentecia\ entre\ la\ frecuencia\ del\ intervalo\ modal\ y\ la\ frecunecia\ del\ intervalo\ siguiente.$

$$M_o = L_{M_o} + \left[\frac{D_A}{D_A + D_B}\right] * A$$

Mediana: Dato central de la muestra

Mediana datos no en intervalos: Si la muestra es impar corresponde al dato central
Si es par es el promedio de los dos datos centrales

Mediana datos en intervalos: Se considera el intervalo que contiene el dato central $M_E = L_{M_E} + \left[\frac{N/2 - f_{i-1}}{f_i}\right] * A$

Gráfico de barras: Se usa para variables cualitativas y cuantitativas discretas

Grafico circular: Se usa para variables cualitativas y cuantitativas discretas. Suele ocupar porcentajes.

Histograma: Se usa para datos agrupados en intervalos

Polígono de frecuencias: Se usa para datos agrupados en intervalos, usando la marca de clase de cada intervalo

Polígono de frecuencias acumuladas: Cada punto corresponde a la suma de la frecuencia de ese intervalo con la frecuencia acumulada hasta el intervalo anterior.

Grafico caja bigote: Diagrama basado en cuartiles y en el valor más pequeño y más grande de la muestra.
- Muestra simétrica: Los valores más grandes y los más pequeños están igualmente dispersos ($Q_2\ al\ centro$)
- Muestra positivamente asimétrica: Los valores más grandes están más dispersos que los más pequeñas ($Q_2\ a\ la\ izq.$)
- Muestra negativamente asimétrica: Los valores más pequeños están más dispersos que los más grandes ($Q_2\ a\ la\ der.$)

Medidas de posición: Dividen la muestra en partes iguales, los datos deben ordenarse en forma creciente

- **Cuartiles:** Son 3, dividen los datos en 4 partes, para calcularlos se usa la fórmula: $Q_k = K * \frac{N+1}{4}$

- **Quintiles:** Son 4, dividen los datos en 5 partes, para calcularlos se usa la fórmula: $Q_k = K * \frac{N+1}{5}$

- **Deciles:** Son 9, dividen los datos en 10 partes, para calcularlos se usa la fórmula: $D_k = K * \frac{N+1}{10}$

- **Percentiles:** Son 99, dividen los datos en 100 partes, para calcularlos se usa la fórmula: $P_k = K * \frac{N+1}{100}$

Rango o recorrido: Es la diferencia entre el mayor y el menor de los datos

Desviación estándar: Medida de dispersión, indica cuando tienden a alejar los datos del promedio.

Formula: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i^n (x_i - \overline{x})^2}{n}}$

Fórmula para tablas de frecuencias: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i^n f_i * (x_i - \overline{x})^2}{n}}$

Propiedades:
- $\sigma(k) = 0$
- $\sigma(x) \geq 0$
- $\sigma(x+k) = \sigma(x)$
- $\sigma(kx) = |k| * \sigma(x)$

Varianza: Cuadrado de la desviación estándar.

Fórmula: $\sigma^2 = \frac{\sum_i^n f_i * (x_i - \overline{x})^2}{n}$

Fórmula para tablas De frecuencias $\sigma^2 = \frac{\sum_i^n (x_i - \overline{x})^2}{n}$

Propiedades:
- $\sigma^2(x) \geq 0$
- $\sigma^2(x+k) = \sigma(x)$
- $\sigma^2(k) = 0$
- $\sigma^2(kx) = k^2 * \sigma^2(x)$

Análisis combinatorio: Estudia las distintas ordenaciones que pueden formularse con los elementos de un conjunto

Técnicas de conteo: Muestran todas las maneras posibles en que ocurre un evento determinado.

Principio multiplicativo: Si un evento puede ocurrir de n maneras diferentes y otro de m maneras diferentes, ambos pueden ocurrir de forma simultanea de $m * n$ formas

Principio aditivo: Si dos eventos no pueden ocurrir a la vez, y cada uno puede ocurrir de m formas y n formas respectivamente, entonces uno de ellos puede ocurrir de $m + n$ formas

Factoriales: El factorial de n o $n!$ se define como: $n! = n * (n-1) * (n-2) \ldots * 3 * 2 * 1.$ $0! = 1$ $n/n! = (n-1)!$

Permutaciones: Se le llama a cada una de las ordenaciones diferentes que se pueden hacer con todos los elementos de un conjunto, el orden importa.

Permutaciones sin elementos repetidos: $P_n = n!$

Permutaciones con elementos repetidos: Si un elemento se repite n_1 veces, otro n_2 veces y así sucesivamente, entonces: $P_n = \frac{n!}{n_1! * n_2! \ldots}$

Permutaciones circulares: Para permutaciones en círculo se debe fijar un elemento: $P_{circular} = (n-1)!$

Variaciones o arreglos: Son subconjuntos ordenados de k elementos tomados de un conjunto de n elementos, donde $n > k$.

Variaciones sin repetición de elementos: $V_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$

Variaciones con repetición de elementos: $VR_k^n = n^k$

Combinaciones: Son subconjuntos sin orden de k elementos tomados de un conjunto de n elementos, donde $n > k$.

Combinaciones sin repetición de elementos: $C_k^n = \frac{n!}{(n-k)! * k!}$

Combinaciones con repetición de elementos: $CR_k^n = \frac{(n+k-1)!}{(n-1)! * k!}$

Experimento: Procedimiento que se puede llevar cabo, bajo las mismas condiciones, un número indeterminado de veces.

Experimento aleatorio: Experimento cuyo resultado no se puede predecir.

Espacio muestral: Los resultados posibles de un experimento aleatorio.

Evento o suceso: Es un subconjunto del espacio muestral.

Evento cierto: Es el propio espacio muestral.

Evento imposible: Es aquel que no tiene elementos, es decir, subconjunto vacío del espacio muestral.

Eventos mutuamente excluyente: Aquellos eventos en que la ocurrencia de uno de ellos impide la ocurrencia del otro.

Eventos independiente: Son aquellos en que la ocurrencia de uno no afecta la ocurrencia del otro.

Eventos complementarios: Son aquellos que no tienen elementos comunes pero juntos completan el espacio muestral.

Probabilidad clásica: La probabilidad de un suceso A es la razón entre el número de casos favorables al evento A y el número total de casos posibles. $P(A) = \frac{casos\ favorables}{total\ de\ casos}$

Probabilidad de eventos no excluyentes: $P(A\ o\ B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Probabilidad de eventos excluyentes: $P(A\ o\ B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Probabilidad de eventos independientes: $P(A \cap B = P(A) * P(B)$

Probabilidad de eventos dependientes: $P(A\ y\ B) = P(A \cap B) = P(A) * P(A/B)$

Probabilidad condicionada: La probabilidad de B, habiendo ocurrido A es: $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$
También se puede determinar reduciendo el espacio muestral

Triángulo de pascal: Representa una regularidad numérica. Se usa en experimentos aleatorios dicotómicos y equiprobables. Cada número es la suma de los dos que están arriba. La suma de cada fila es 2^k con k desde 0.

Triángulo de pascal para sucesos no equiprobables: Solo se reemplazan los 1/2 por las nuevas probabilidades

---

Diagrama de Venn: Es una manera gráfica de representar conjuntos

---

Ley de los grandes números: La frecuencia ocurrencia de los eventos en un experimento se tiende a acercar a la probabilidad teórica cuando se realiza el experimento muchas veces.

Distribución binomial: Se usa en experimentos dicotómicos. Se representa por $B(n, p)$ con n el n° de pruebas y p la probabilidad de éxito y $(1-p)$ la probabilidad de fracaso.

Función de probabilidad binomial: $f(x) = P(X = x) = C_x^n * p^x * (1-p)^{n-x}$

Esperanza matemática o valor esperado de una V.A.D.: Representa la cantidad media que se espera como resultado de un experimento aleatorio. En juegos de azar, si $E(x) < 0$ el juego es injusto, si $E(x) > 0$ es favorable y si $E(x) = 0$ se considera justo.
$E(x) = x_1 * p_1 + \cdots + x_n * p_n$

Varianza y esperanza de una variable: $\sigma^2(x) = E(X^2) - [E(X)]^2$

Variable aleatoria: Es toda función que asocia un número real a cada elemento del espacio muestral de un experimento aleatorio. Se simbolizan con letras mayúsculas.

Variables aleatorias discretas: Son aquellas que solo pueden tomar una cantidad finita de valores. Los valores que toma la variable aleatoria se denomina recorrido.

Función de probabilidad para V.A.D.: $f(x) = P(X = x)$ Es la función que asocia cada valor de x con su probabilidad de ocurrencia P. Su dominio es el recorrido de la variable aleatoria y está en el intervalo $[0.1]$.

- $0 \leq f(x) \leq 1$
- $\sum_{i=1}^{n} f(x_i) = 1$
- $P(X = a) = 0 \rightarrow a \notin Rec\ de\ la\ variable\ alaeatoria$

Función de distribución de probabilidad acumulada para V.A.D.: $F(x) = P(X \leq x)$ Asocia a cada valor de x la probabilidad acumulada. Si $a < b$, entonces

- $0 \leq F(x) \leq 1$
- $F(x_i) = P(X \leq x) = P(X = x_1) + \cdots + P(X = x_i)$
- $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$
- $P(X > a) = 1 - P(x \leq a) = 1 - F(a)$

Variable aleatoria continua (V.A.C.): Es aquella que pueden tomar todos los valores posibles dentro de un intervalo.

Función de densidad de probabilidad: Se denota por $f(x)$. Determina la probabilidad de que la variable tome un valor dentro de un intervalo, gráficamente corresponde al área bajo la curva de la función densidad de probabilidad. La probabilidad de que tome un valor exacto es 0. $P(X \leq b) = P(X < b)$.

Función de distribución de probabilidad acumulada para V.A.C.: Asocia cada valor de x la probabilidad acumulada, es decir, $F(X) = P(X \leq x) = P(X < x)$. Sus propiedades son: $0 \leq F(X) \leq 1$ $\quad P(X > a) = 1 - P(X \leq a) = 1 - F(a)$
Si $a < b$, entonces $P(a < X < b) = P(a \leq X < b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$ $\quad P(X = a) = 0$

Distribución normal: Es la distribución más importante en las V.A.C.s. Tiene forma de campana de Gauss. Queda definida por dos parámetros: la media μ y la desviación estándar σ, y se denota por $X \sim N(\mu, \sigma)$ o $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. El área bajo la curva es 1. Es simétrica respecto a μ, dejando 0,5 a cada lado. Es asintótica al eje x.

Intervalos de una distribución normal:
$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 0{,}6826$ $\quad P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 0{,}9545$ $\quad P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = 0{,}9973$

Distribución normal estándar: $\mu = 0$ y $\sigma = 1$. Se cumple que $P(X \leq -x_1) = P(X \geq x_1)$ (simétrica respecto a la media).

Estandarización de una variable aleatoria de distribución normal: Se define una variable aleatoria Z con distribución normal estándar. $P(X \leq x) = P(Z \leq \frac{x-\mu}{\sigma})$ $\quad Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$

Aproximación de una binomial a una normal: En una VAD, se define x como n° de éxitos en **n** intentos, con probabilidad p de éxitos. Si n es lo suficientemente grande lo podemos aproximar a un modelo VAC redefiniendo μ y σ

$u = np \quad y \quad \sigma = \sqrt{np(1-p)}$ $\qquad B(n,p) \rightarrow N(np, \sqrt{np(1-p)})$

Muestra: Es un subconjunto de una población y el muestreo es la elección al azar o intencionada de elementos.

Muestreo aleatorio simple: es aquel en que cada elemento tiene la misma probabilidad de ser seleccionado.

Muestreo con orden y sin reposición: $V_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$ $\qquad$ **Muestreo con orden y reposición:** $VR_k^n = n^k$

Muestreo sin orden y sin reposición: $C_k^n = \frac{n!}{(n-k)!*k!}$ $\qquad$ **Muestreo sin orden y con reposición:** $C_k^{n-k-1} = \frac{(n+k-1)!}{(n-k)!*k!}$

Relación entre la media de una población μ y las medias de muestras $\bar{x}$: $\quad \mu = \frac{\bar{x}_i + \cdots + \bar{x}_k}{k}$

Error muestral: $e_i = \mu - \overline{x_i}$. El error de la muestra i, se denomina e_i y es la diferencia entre la media de la muestra i y la media de la población. Puede ser positivo, negativo o cero. La suma de todos los errores muestrales es cero. A medida que el tamaño de la muestra crece, el error tiende a disminuir. El valor esperado del promedio de una muestra corresponde al promedio poblacional $E(\bar{x}) = \mu$

Distribución de medias muestrales: Si todas las muestras posibles de un determinado tamaño lo suficientemente grande ($n > 30$) se seleccionan de una población, la distribución de la media se aproxima a la distribución normal. Se considera la media de la muestra $\bar{x}$ como una variable aleatoria. Si la población se distribuye normalmente, la muestra también lo hace independiente del tamaño.

$$\bar{X} \sim N\left(u, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \qquad Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Intervalo de confianza: Es un rango de valores entre los cuales estará el valor de la media estimada para la población, dada una determinada probabilidad de acierto.

Nivel de confianza: Es la probabilidad que el parámetro poblacional se encuentre en un intervalo de confianza dado. Se determina por $(1 - \alpha)$, siendo α el nivel de significación. Los niveles de confianza más usuales son 90%, 95% y 99%

Límites de confiabilidad: Son los límites del intervalo de confianza. Para una población, de media μ, que sigue una distribución normal de desviación estándar σ, para un nivel de confianza $(1 - \alpha)$, de la cual se toma una muestra de tamaño n, con media aritmética $\bar{x}$:

$$\left[\bar{x} - z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \ \bar{x} + z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

Margen de error: $z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)} * \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Determinar $z_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}$: Si se pide un nivel de confianza de 80%:

1. $100\% - \alpha = 80\% \leftrightarrow \alpha = 20\%$
2. $\frac{\alpha}{2} = 10\% = 0{,}1 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0{,}9$
3. Se consulta el valor $Z_{(0,9)}$ en la tabla

Ángulo nulo: $\measuredangle = 0°$ Ángulo recto: $\measuredangle = 90°$ Ángulo cóncavo: $180° < \alpha < 360°$
Angulo agudo: $0° < \measuredangle < 90°$ Ángulo obtuso: $90° < \measuredangle < 180°$ Ángulo completo: $\measuredangle = 360°$

Ángulos consecutivos: Aquellos con el vértice y un rayo en común.

Ángulos adyacentes o par lineal: Están sobre una misma recta. Suman 180°

Ángulos opuestos por el vértice: Miden lo mismo

Bisectriz: Divide un ángulo en dos ángulos de igual medida

Rectas perpendiculares: Se interceptan en un ángulo de 90°.

Ángulos complementarios: Suman 90° **Ángulos suplementarios**: Suman 180°

Pares de ángulos formados por dos rectas paralelas cortadas por una transversal:
Alternos: Son congruentes. Alternos internos: $\measuredangle 3 = \measuredangle 5$, $\measuredangle 4 = \measuredangle 6$ Alternos externos: $\measuredangle 1 = \measuredangle 7$, $\measuredangle 2 = \measuredangle 8$
Correspondientes: Son congruentes. $\measuredangle 1 = \measuredangle 5$, $\measuredangle 2 = \measuredangle 6$, $\measuredangle 3 = \measuredangle 7$, $\measuredangle 4 = \measuredangle 8$
Colaterales: Suman 180°. Colaterales internos: $\measuredangle 4\ y\ \measuredangle 5$, $\measuredangle 3\ y\ \measuredangle 6$. Colaterales externos: $\measuredangle 1\ y\ \measuredangle 8$, $\measuredangle 2\ y\ \measuredangle 7$

Triángulos: Polígono de tres lados y tres ángulos.
- La suma de sus tres ángulos internos es 180°
- La suma de sus ángulos externos es 360°
- Cada ángulo externo mide la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes a el

Clasificación de triángulos según lados:
- **Escaleno**: Sus tres lados tienen distinta medida
- **Isósceles**: Tiene dos lados de igual medida. El lado distinto se denomina base. Los ángulos de la base (basales) son iguales. El ángulo opuesto a la base se llama ángulo del vértice
- **Equilátero**: Tiene sus tres lados de igual medida (también es isósceles).

Clasificación de triángulos según sus ángulos interiores:

Acutángulo: Sus tres ángulos son agudos. **Rectángulo**: Tiene un ángulo recto. **Obtusángulo**: Tiene un ángulo obtuso.

Desigualdad triangular: La medida de cada lado es menor a la suma de los otros dos lados.

Relación de orden entre lados de un triángulo: Cada ángulo es proporcional a su lado opuesto. A mayor lado mayor ángulo.

Altura: Segmento perpendicular que une un vértice con su lado opuesto.
- El punto de intersección de las tres alturas se llama ortocentro.
- En el triángulo rectángulo coinciden los catetos coinciden con sus alturas.
- En el triángulo obtusángulo el ortocentro está fuera del triangulo

Bisectriz: Rayo que divide un ángulo en dos congruentes.
- Las tres bisectrices se juntan en el incentro.
- El incentro equidista de los lados del triángulo
- Divide al lado opuesto en la misma razón que los lados adyacentes (Teorema
- El ángulo formado por dos bisectrices interiores mide $90° + \frac{\measuredangle OP}{2}$
- El ángulo formado por dos bisectrices exteriores mide $90° - \frac{\measuredangle OP}{2}$

Transversal de gravedad: Trazo que une un vértice con el punto medio del lado opuesto
- Se unen el centro se gravedad.
- Se dividen entre sí en la razón $2:1$
- En el triángulo rectángulo la transversal de la hipotenusa mide la mitad de esta.
- Cada transversal divide al triangulo en dos triángulos equivalentes (misma área).
- Las tres transversales lo dividen en seis triángulos equivalentes

Simetral: Recta perpendicular que pasa por el punto medio de cada lado del triángulo.
- Se juntan en el circuncentro, el que equidista de los vértices.

Mediana: Segmento que une los puntos medio de cada lado.
- Cada mediana es paralela a su lado opuesto y mide la mitad del mismo.
- Los triángulos formados son semejantes al original, congruentes entre si y miden un cuarto del área total del triángulo original.

En el triángulo isósceles coinciden los elementos secundarios correspondientes a la base

En el triángulo equilátero coinciden los elementos secundarios correspondientes a cada lado.

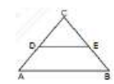
Congruencia de triángulos: Dos triángulos son congruentes si y solo si existe una correspondencia entre sus vértices de modo que cada par de lados y ángulos correspondientes sean de igual medida. Los criterios de congruencia son:

- ALA: Si tienen respectivamente iguales un lado y los dos ángulos adyacentes a el.
- LAL: Si tienen dos lados y el ángulo comprendido entre ellos respectivamente iguales.
- LLL: Si sus tres lados respectivos son iguales.
- LLA>: Si tienen dos lados y el ángulo opuesto al mayor de ellos respectivamente iguales.

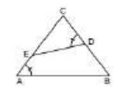
Semejanza de triángulos: Dos triángulos son semejantes cuando sus ángulos correspondientes son iguales y sus lados homólogos proporcionales. Es decir, son semejantes si tienen la misma forma. La congruencia es un caso particular de semejanza.

Criterio de semejanza AA: Dos triángulos son semejantes si tienen respectivamente dos ángulos congruentes

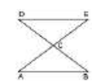
- Toda paralela a un triángulo, unida a la proyección de dos lados, determina un triángulo semejante al primero



- Al trazar en el interior de un triángulo ABC un segmento ED, no paralelo al lado de AB, de tal forma que $\measuredangle BAC \cong \measuredangle EDC$, entonces el △DEC es semejante con el △ABC



- Si se prolongan dos lados y se traza una paralela al otro lado, se determina un triángulo semejante al primero.



Criterio de semejanza LAL: Si tienen un ángulo congruente comprendido entre lados proporcionales.

Criterio de semejanza LLL: Si tienen sus lados respectivos proporcionales.

Criterio de semejanza LLA>: Si tienen dos de sus lados respectivamente proporcionales y los ángulos opuestos a los mayores de estos lados congruentes.

- Los perímetros de dos triángulos semejantes están en la misma razón que dos trazos homólogos cualquiera
- Las áreas de dos triángulos semejantes están en una razón equivalente al cuadrado de la razón en que encuentran dos trazos homólogos cualquiera.

Polígonos: Un polígono es una figura plana, cerrada, limitada por trazos llamados lados y que se intersectan sólo en sus puntos extremos (no se cruzan), denominados vértices. Un polígono convexo es aquel en que todos sus ángulos miden menos de 180°.

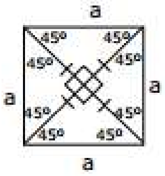
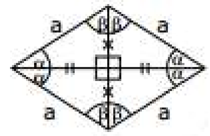
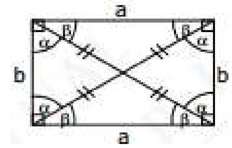
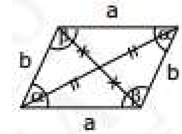
- 3 lados: Triangulo
- 4 lados: Cuadrilátero
- 5 lados: Pentágonos
- 6 lados: Hexágono
- 7 lados: Heptágono
- 8 lados: Octágono
- 9 lados: Nonágono
- 10 lados: Decágono
- 11 lados: Endecágono
- 12 lados: Dodecágono

Propiedades de polígonos de n lados:

- Suma de los ángulos interiores: $180° * (\mathrm{n} - 2)$
- Suma de los ángulos exteriores: 360°
- Diagonales desde un vértice: $\mathrm{n} - 3$
- Total de diagonales: $\frac{n*(n-3)}{2}$

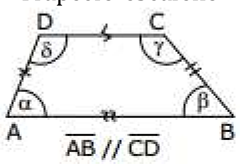
Polígono regular: Es aquel que tiene sus lados y sus ángulos interiores respectivamente congruentes. En caso contrario se dice que es irregular. Todas las diagonales correspondientes a cada vértice de un polígono regular dividen a los ángulos interiores en ángulos de igual medida. El hexágono se divide en seis triángulos equiláteros congruentes al trazar todas sus diagonales.

- Cada ángulo interior mide: $\alpha = \frac{180°(n-2)}{n}$
- Cada ángulo exterior mide: $\alpha' = \frac{360°}{n}$

Paralelogramos: Cuadriláteros convexos que tienen dos pares de lados paralelos.	**Cuadrado**	**Rombo**	**Rectángulo**	**Romboide**
				
Lados opuestos congruentes	Sí	Sí	Sí	Sí
Ángulos opuestos congruentes	Sí	Sí	Sí	Sí
Las diagonales se dividan	Sí	Sí	Sí	Sí
Ángulos contiguos suplementarios	Sí	Sí	Sí	Sí
Diagonales perpendiculares	Sí	Sí	No	No
Diagonales bisectrices	Sí	Sí	No	No
Diagonales congruentes	Sí	No	Sí	No

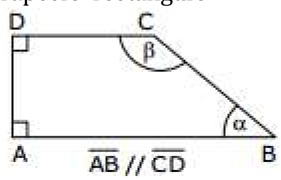
Trapecios: Cuadriláteros con solo un par de lados paralelos llamados bases. La mediana es a la semisuma de sus bases.

Trapecio escaleno



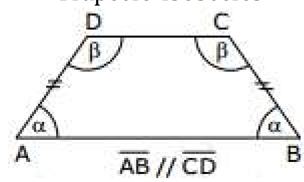
$\alpha + \delta = 180°$
$\beta + \gamma = 180°$

Trapecio rectángulo



$\alpha + \beta = 180°$

Trapecio isósceles

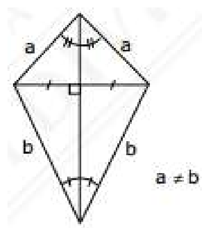


$\alpha + \beta = 180°$

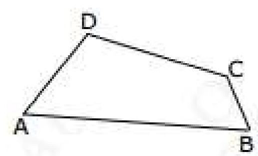
Trapezoides: Cuadriláteros convexos sin pares de lados paralelos: Hay dos tipos:

Trapezoide simétrico (deltoide)

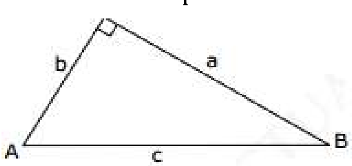
- Diagonales perpendiculares
- Una diagonal es bisectriz
- La diagonal bisectriz, es a la vez, simetral de la otra diagonal



Trapezoide asimétrico



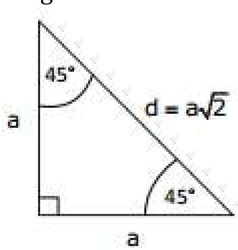
Teorema de Pitágoras: En cada triangulo rectángulo la suma de las áreas de los cuadrados de los catetos es igual al área del cuadrado de la hipotenusa.



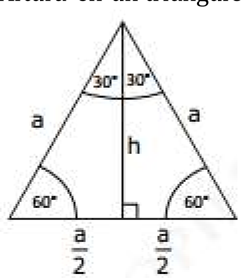
$a^2 + b^2 = c^2$

$a, b = catetos$
$c = hipotenusa$

Diagonal del cuadrado

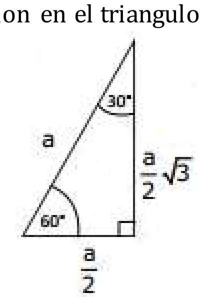


Altura en un triángulo equilátero



$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

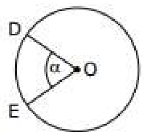
Proporcion en el triangulo 30-60-90



Circunferencia: Se llama así al conjunto de puntos que están a una distancia r de un punto O. Sus partes son:

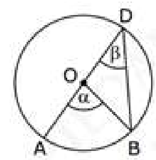
- **Radio:** Trazo cuyos extremos son el centro y un punto de la circunferencia
- **Cuerda:** Trazo cuyos extremos son dos puntos de la circunferencia
- **Diámetro:** Cuerda que une dos puntos de la circunferencia pasando por el centro
- **Secante:** Recta que intercepta en dos puntos a la circunferencia
- **Tangente:** Recta que intercepta a la circunferencia en un solo punto
- **Arco:** Es una parte de la circunferencia determinada por dos puntos distintos de ella

Ángulo del centro: Se forma con dos radios y su vértice es el centro.



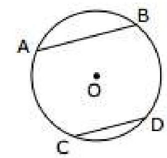
$$\alpha = DE$$

Ángulo inscrito: Se forma con dos cuerdas



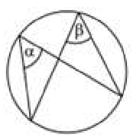
$$\beta = \frac{\alpha}{2}$$

Dos cuerdas paralelas determinan entre ellas arco congruentes



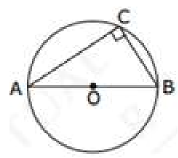
$$AC = DB$$

Dos ángulos inscritos que subtienden el mismo arco miden lo mismo



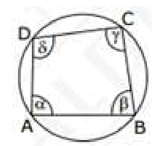
$$\alpha = \beta$$

Un ángulo inscrito en un diámetro mide 90°



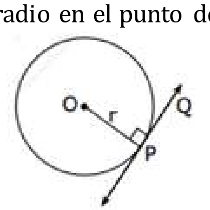
$$\measuredangle BCD = 90°$$

Los ∡ opuestos de un cuadrilátero inscrito en una circunferencia suman 180°



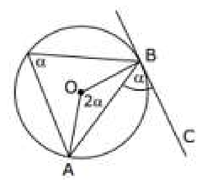
$$\alpha + \gamma = 180°$$
$$\beta + \delta = 180°$$

Una tangente es perpendicular a un radio en el punto de tangencia



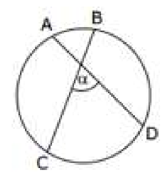
$$OP \perp PQ$$

Ángulo semi-inscrito: Se forma entre una cuerda y una tangente



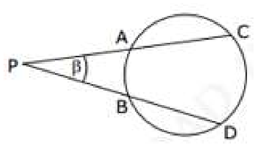
$$\alpha = \frac{BA}{2}$$

Ángulo interior: Se forma entre dos cuerdas en la circunferencia



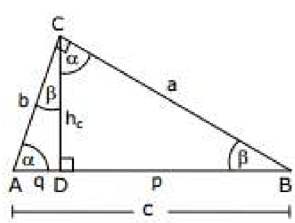
$$\alpha = \frac{BA + CD}{2}$$

Ángulo exterior: Se forma por dos cuerdas que se juntan fuera de la circunferencia



$$\beta = \frac{DC - AB}{2}$$

Teorema de Euclides:



$$p * q = h^2$$
$$a * b = h * c$$
$$a^2 = p * c$$
$$b^2 = q * c$$

$a, b = catetos$
$p, q = proyecciones\ de\ los\ catetos\ de\ a\ y\ b\ respectivamente$
$c = hipotenusa$
$h = altura\ de\ la\ hipotenusa$

División de trazos: División aurea: La razón entre el segmento mayor y el menor es igual a la razón entre el trazo completo y el segmento mayor $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

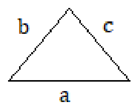
Teorema de Thales: Si dos rectas se cortan por tres o más paralelas, los segmentos determinados en una de ellas, son respectivamente proporcionales a los segmentos determinados en la otra

Homotecia: Es una transformación que a partir de un punto fijo (centro de homotecia) multiplica todas las distancias por un mismo factor (razón de homotecia). Es decir, al aplicar una homotecia de centro O y razón k a un punto P cualquiera, se obtiene otro punto P´, tal que P, O y P´ son colineales y $\overline{OP'} = k * \overline{OP}$. Sus propiedades son:

- Los ángulos de las figuras homotéticas tienen igual medida
- Cada lado con su lado homotético correspondiente son paralelos
- La razón entre cada lado homotético con su lado original correspondiente es k. Lo mismo ocurre con cualquier distancia.
- Las figuras homotéticas son semejantes a la original.
- Si $|k| > 1$ la figura homotética es más grande que la original y si $|k| < 1$ la figura homotética es más pequeña que la original
- Si $k < 0$ se obtiene una imagen invertida de la figura original

Áreas y perímetros de figuras geométricas:

- Triangulo cualquiera

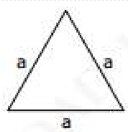


$P = a + b + c$

$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

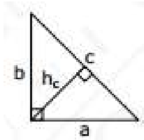
$s = semiperimetro = \dfrac{a+b+c}{2}$

- Triángulo



$A = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

- Triangulo rectángulo:



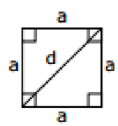
$A = \dfrac{a*b}{2} = \dfrac{h_c * c}{2}$

$a, b = lados$

$h_c = altura$

$c = hipotenusa$

- Cuadrado:

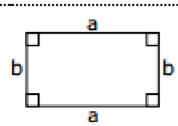


$A = a^2 = \dfrac{d^2}{2}$

$d = diagonal$

$a = lado$

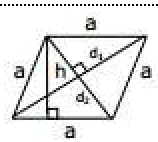
- Rectángulo:



$A = a * b$

$a, b = lados$

- Rombo:



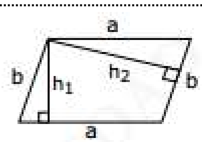
$A = h * a = \dfrac{d_1 * d_2}{2}$

$a = lado$

$h = altura$

$d_1, d_2 = diagonales$

- Romboide:



$A = a * h_1 = b * h_2$

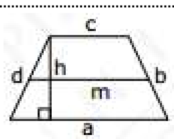
$a = lado\ mayor$

$b = lado\ menor$

$h_1 = altura\ menor$

$h_2 = altura\ mayor$

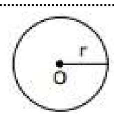
- Trapecio:



$A = \dfrac{a+b}{2}$

$a.b = bases$

- Circulo:

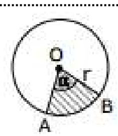


$P = 2 * \pi * r$

$A = \pi r^2$

$r = radio$

- Sector circular:



$P = AB + 2r$

$A = \dfrac{\alpha * \pi r^2}{360°}$

$\alpha = angulo\ entre\ los\ radios$

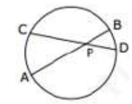
$r = radio$

$AB = arco = \dfrac{\alpha * 2\pi r}{360°}$

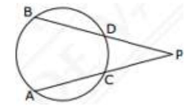
- En todo paralelogramo al trazar las diagonales se forman 4 triángulos equivalentes.
- En todo paralelogramo si se usa un lado para formar triangulo con vértice en el lado opuesto, dicho triangulo tendrá la mitad de su área

Proporcionalidad en la circunferencia

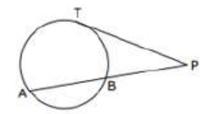
- **Teorema de cuerda** $AP * PB = CP * DP$



- **Teorema de secantes** $PA * PC = PB * PD$

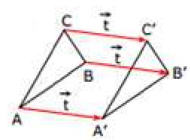


- **Teorema de tangente y secante** $PT^2 = PA * PB$

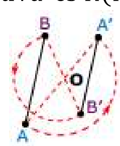


Isometrías: Aplicación o transformación geométrica que conserva las distancias existentes entre rectas, longitudes y ángulos.

Traslaciones: Permiten desplazar en línea recta todos los puntos del plano. Se realizan siguiendo un vector de traslación, es decir poseen dirección, sentido y distancia. La figura jamás no rota, los lados homólogos son paralelos y traslaciones sucesivas se pueden resumir en una sola (suma de vectores). La notación es $\vec{t} = (x, y)$



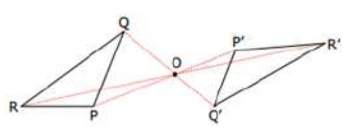
Rotaciones: Permiten girar todos los puntos del plano. Siguen un centro de rotación P y un ángulo de giro α. Los giros anti horarios (contrario a las agujas del reloj) se consideran positivos y los giros horarios se consideran negativos. El centro P no cambia. SI la rotación es positiva la notación es $R(P, \alpha)$ y si es negativa es $R(P, -\alpha)$.

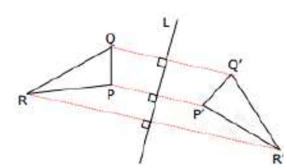


Simetrías: son aquellas transformaciones isométricas que invierten los puntos y figuras del plano. La distancia de cada punto de la figura original respecto a su homóloga y el centro o eje de simetría es congruente (miden lo mismo)

Simetría central: Es respecto a un punto. Es equivale a una rotación en 180°
- El sentido de la figura no cambia respecto a las manecillas del reloj
- Los trazos correspondientes de la figura original con sus homólogos no son paralelos.

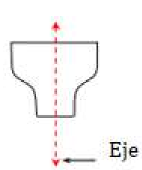
Simetría axial: Es respecto a una recta de forma perpendicular.
- La figura cambia de sentido respecto a las manecillas del reloj (efecto espejo).

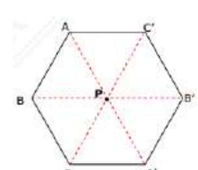




Eje de simetría: Atraviesa una figura dividiéndola en dos partes simétricas respecto a la recta. Existen figuras sin eje de simetría, con solo uno, con más de uno y el circulo tiene infinitos ejes de simetría

Centro de simetría: Se ubica dentro de una figura de forma que cada vértice tiene su vértice correspondiente simétrico respecto al centro de simetría. Hay figuras que no tienen. Cada figura que tiene, solo tiene uno. Todo paralelogramo tiene y corresponde a la intersección de sus diagonales. Polígonos regulares con n° de lados pares sí tienen y con n° de lados impares no tienen.





Vectores en el plano: Segmento de recta dirigida. Poseen modulo (magnitud), dirección (∡) y sentido (desde que punta hacia la otra). Dos vectores son equivalentes si tienen igual modulo, dirección y sentido. Se representan con sus puntos extremos $\overrightarrow{AB}$ o con una letra minúscula $\vec{v}$. En general un vector (a,b) tiene su punto de inicio en el origen a menos que se indique lo contrario.

Suma de vectores: Se suman sus coordenadas correspondientes. Gráficamente se coloca el inicio de uno en el final del otro.

Sustracción: El vector que resta cambia de signo sus coordenadas y luego se suma al otro vector. Gráficamente el vector que resta cambia de sentido y se coloca su inicio en el final del otro vector.

Ponderación por un escalar: $Sea\ a \in R$ y $\vec{v} = (x,y)$ entonces $a * \vec{v} = (ax, ay)$.
Si $a < 0$ el sentido del vector cambia y si $a > 0$ el sentido se mantiene.

Operaciones de vectores: Sean $\vec{a} = (a_1, a_2)\ y\ \vec{b} = (b_1, b_2)$ se define:

- **Modulo de un vector**: $|\vec{a}| = \sqrt{(a_1)^2 + (a_2)^2}$

- **Adición o sustracción**: $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1, a_2 \pm b_2)$

Vectores unitarios: Modulo igual a 1. Se definen $\hat{\imath} = (1,0)$ y $\hat{\jmath} = (0,1)$ de modo que cualquier vector se puede expresar en términos de ellos (forma canónica). $\vec{a} = a_1 * \hat{\imath} + a_2 * \hat{\jmath} = (a_1, a_2)$

Dado el vector $\overrightarrow{AB}$ no anclado en el origen, con $A(x_1, y_1)\ y\ B(x_2, y_2)$, entonces $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$

Desigualdad triangular: $|\vec{u} + \vec{v}| \leq |\vec{u}| + |\vec{v}|$

Vectores en R^3: Dado los vectores $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)\ y\ \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$, se definen:

Módulo o magnitud: $|\vec{a}| = \sqrt{(a_1)^2 + (a_2)^2 + (a_3)^2}$

Adición y sustracción: $\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1,\ a_2 \pm b_2,\ a_3 \pm b_3)$

Ponderación por un escalar k: $k * \vec{a} = k(a_1, a_2, a_3) = (k * a_1,\ k * a_2,\ k * a_3)$

Vectores unitarios: $\hat{\imath} = (1,0,0)$, $\hat{\jmath} = (0,1,0)$ y $\hat{k} = (0,0,1)$

Ecuación vectorial de la recta en R^2: Dado un vector posición $\vec{p}_0 = (x_0, y_0)$ y un vector director $\vec{d} = (d_1, d_2)$, para representar la recta que pasa por un punto $P(x,y)$ de ella, existe un $\lambda \in R$ tal que:

$$\vec{p} = \overrightarrow{p_0} + \lambda * \vec{d}$$
$$(x,y) = \overrightarrow{p_0} + \lambda * \vec{d}$$

Considerando que cada punto de la recta está en función del parámetro λ también es posible expresar la ecuación vectorial de la recta de la forma:

$$\vec{r}(\lambda) = \overrightarrow{p_0} + \lambda * \vec{d}$$

Un vector director se puede determinar a través de la diferencia de dos vectores posición

Ecuación principal de la recta a partir de la ecuación vectorial en R^2:
Sea $\vec{r}(\lambda) = (p_1 + \lambda d_1, p_2 + \lambda d_2)$, con vector posición $\vec{p} = (p_1, p_2)$ y vector director $\vec{d} = (d_1, d_2)$, entonces:

Ecuaciones paramétricas: $x = p_1 + \lambda d_1$ $\qquad y = p_2 + \lambda d_2$

Ecuación continua o cartesiana: Se obtiene despejando λ: $\frac{x - p_1}{d_1} = \frac{y - p_2}{d_2}$

De la ecuación continua se obtiene la ecuación principal de la recta despejando y: $y = \frac{d_2}{d_1}x - \frac{d_2}{d_1}p_1 + p_2$

En R^3 las ecuaciones paramétricas y continua se obtienen de forma similar.

Rectas paralelas en forma vectorial en R^2 y R^3: $\vec{r}_1(\lambda) = \vec{p} + \lambda\vec{d}\ y\ \vec{r}_2(\delta) = \vec{q} + \delta\vec{s}$, son paralelas $si\ \vec{d} = k * \vec{s}$, con $k \in R$

Rectas perpendiculares en forma vectorial en $\mathbf{R}^2$:
$\vec{r}_1(\lambda) = \vec{p} + \lambda\vec{d}\ y\ \vec{r}_2(\delta) = \vec{q} + \delta\vec{s}$ con $\vec{d} = (d_1, d_2)\ y \vec{s} = (s_1, s_2)$, son perpendiculares si: $d_1 * s_1 + d_2 * s_2 = 0$.

Ecuación general del plano: $Ax + By + Cz + D = 0$
- Lo referente a rectas paralelas y perpendiculares en el plano se puede extender a rectas secantes en el espacio
- El vector normal (perpendicular) al plano tiene por coordenadas: $\vec{n} = (A, B, C)$
- Dos planos son paralelos si sus vectores normales son paralelos

Rectas y planos en R^3: Un plano queda determinado por

- Por una recta y un punto no perteneciente a ella
- Por tres puntos colineales
- Por dos rectas que se intersectan en un punto
- Por dos rectas paralelas

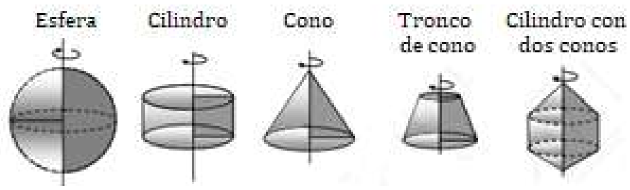
Áreas y volúmenes sobre cuerpos geométricos:

Ángulo diedro: Es el ángulo formado por dos semiplanos P_1 y P_2, que tienen una recta común (arista) y su medida es el ángulo formado por dos rectas L1 y L2 perpendiculares a la recta común en un mismo punto, de modo que L1 pertenezca a P_1 y L2 pertenezca a P_2.

Poliedro: Cuerpo limitado por cuatro o más polígonos donde cada polígono se denomina **cara**, sus lados son **aristas** y la intersección de las aristas se llaman **vértices**

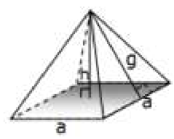
Prisma: Poliedro limitado por paralelogramos (caras laterales del prisma) y dos polígonos congruentes cuyos planos son paralelos (bases del prisma)

Cuerpos de revolución de una figura plana



Cuerpos generados por traslación de una figura plana

Pirámide recta de base cuadrada:

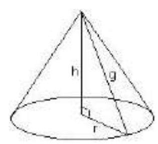


$A = 2ag + a^2$

$V = \frac{1}{3} a^2 * h$

$a = lado\ de\ la\ base$
$h = altura$
$g = apotema\ lateral$
$g = \sqrt{(a/2)^2 + h^2}$

Cono recto de base circular:

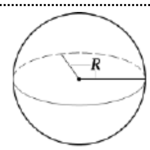


$A = \pi * r * g + \pi *^2$

$V = \frac{1}{3} \pi * r^2$

$r = radio$
$h = altura$
$g = generatriz$
$g = \sqrt{(r/2)^2 + h^2}$

Esfera:

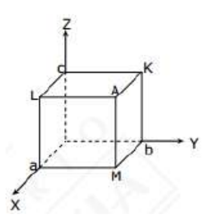


$A = \pi * r^2$

$V = \frac{4}{3} \pi * r^3$

$r = radio$

Puntos en el espacio: En la figura observamos tres ejes X, Y, Z mutuamente perpendiculares que generan también tres planos perpendiculares XY, XZ, y el plano YZ. El paralelepípedo del dibujo tiene tres de sus vértices en los ejes en tanto que el punto K está en el plano YZ, el punto L, en el plano XZ y el punto M en el plano XY, pero el punto A está “suspendido” en el espacio encerrado por los tres planos. Este punto A tiene coordenadas (a, b, c).



Distancia entre dos puntos: $d_{ab} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

Coordenadas del punto medio: $\left(\frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{z_1 + z_2}{2}\right)$

Vector AB: $(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$